ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

———————o0o———————

ĐỖ HỮU NGHỊ

ĐIỀU KIỆN TỐI ƯU CHO BÀI TOÁN QUY HOẠCH BÁN VÔ HẠN

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN, 4/2018

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

——————–o0o——————–

ĐỖ HỮU NGHỊ

ĐIỀU KIỆN TỐI ƯU CHO BÀI TOÁN QUY HOẠCH BÁN VÔ HẠN

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 8460112

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
PGS.TS. ĐỖ VĂN LƯU

THÁI NGUYÊN, 4/2018

Mục lục

Bảng ký hiệu

$\overline{M}$	bao đóng của tập M
conv$M$	bao lồi của tập M
cone$M$	nón lồi sinh ra bởi M
$\emptyset$	tập rỗng
$T(M, \overline{x})$	nón tiếp liên của M tại $\overline{x}$
$A(M, \overline{x})$	nón các phương chấp nhận được của M tại $\overline{x}$
$\varphi^0(\overline{x}, d)$	đạo hàm suy rộng Clarke của φ tại $\overline{x}$ theo phương d
$\partial_c\varphi(\overline{x})$	dưới vi phân Clarke của φ tại $\overline{x}$
$\partial\varphi(\overline{x})$	dưới vi phân của hàm lồi φ tại $\overline{x}$
(GCQ)	điều kiện chính quy Guigard
$(KTCQ)$	điều kiện chính quy Kuhn–Tucker
(CCQ)	điều kiện chính quy Cottle
(ACQ)	điều kiện chính quy Abadie
(BCQ)	điều kiện chính quy cơ bản
T^{x_0}	tập các chỉ số ràng buộc tích cực
(SIP)	bài toán quy hoạch toán học bán vô hạn đơn mục tiêu
$(MOSIP)$	bài toán quy hoạch toán học bán vô hạn đa mục tiêu

Mở đầu

1. Lý do chọn đề tài

Bài toán quy hoạch bán vô hạn là một bài toán tối ưu có vô hạn ràng buộc bất đẳng thức. Điều kiện tối ưu là một bộ phận quan trọng của lý thuyết tối ưu hóa. Điều kiện tối ưu cho các bài toán quy hoạch bán vô hạn đã và đang được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu.

N. Kanzi ([5], 2011) đã nghiên cứu các điều kiện cần tối ưu cho bài toán quy hoạch đơn mục tiêu không trơn với các hàm Lipschitz địa phương. Các điều kiện Karush - Kuhn - Tucker được dẫn với các điều kiện chính quy Guignard, Kuhn - Tucker, Cottle. N. Kanzi và S. Nobakhtian ([6], 2014) đã thiết lập các điều kiện tối ưu cho nghiệm hữu hiệu yếu của bài toán quy hoạch bán vô hạn đa mục tiêu không trơn. Đây là vấn đề có tính thời sự trong toán ứng dụng. Chính vì vậy, tôi chọn đề tài: *"Điều kiện tối ưu cho bài toán quy hoạch bán vô hạn"*.

2. Nội dung đề tài

Luận văn trình bày các điều kiện cần tối ưu cho bài toán quy hoạch bán vô hạn đơn mục tiêu không trơn của N. Kanzi đăng trên tạp chí *Journal of Global Optimization* **49** (2011), 713 - 725, và các điều kiện tối ưu cho bài toán quy hoạch bán vô hạn đa mục tiêu không trơn của N. Kanzi và S. Nobakhtian đăng trên tạp chí *Optimization Letters* **8** (2014), 1517 - 1528.

Luận văn bao gồm phần mở đầu, hai chương, kết luận và danh mục các tài liệu tham khảo.

Chương 1 "*Điều kiện tối ưu cho bài toán quy hoạch bán vô hạn trơn đơn mục tiêu không trơn*" trình bày các kết quả của N. Kanzi ([5], 2011) về điều kiện chính quy và điều kiện cần tối ưu Karush–Kuhn–Tucker cho bài toán quy hoạch bán vô hạn đơn mục tiêu Lipschitz địa phương với ràng buộc bất đẳng thức.

Chương 2 "*Điều kiện tối ưu cho bài toán quy hoạch bán vô hạn đa mục tiêu không trơn*" trình bày các kết quả của N. Kanzi và S. Nobakhtian ([6], 2014) về điều kiện tối ưu cho bài toán quy hoạch toán học bán vô hạn đa mục tiêu Lipschitz địa phương với ràng buộc bất đẳng thức. Các điều kiện chính quy được đưa vào để dẫn các điều kiện cần tối ưu Karush–Kuhn–Tucker cho nghiệm hữu hiệu yếu. Các điều kiện đủ được chứng minh với các giả thiết về tính lồi suy rộng.

Luận văn này được thực hiện tại Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên và hoàn thành dưới sự hướng dẫn của PGS.TS. Đỗ Văn Lưu. Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc tới thầy hướng dẫn khoa học của mình, người đã đặt vấn đề nghiên cứu, dành nhiều thời gian hướng dẫn và tận tình giải đáp những thắc mắc của tác giả trong suốt quá trình làm luận văn.

Tác giả cũng đã học tập được rất nhiều kiến thức chuyên ngành bổ ích cho công tác và nghiên cứu của bản thân. Tác giả xin bày tỏ lòng cảm ơn sâu sắc tới các thầy giáo, cô giáo đã tham gia giảng dạy lớp cao học Toán K10Y, nhà trường và các phòng chức năng của trường, khoa Toán - Tin, trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên đã quan tâm và giúp đỡ tác giả trong suốt thời gian học tập tại trường.

Xin chân thành cảm ơn anh chị em lớp cao học K10Y, bạn bè và đồng nghiệp đã trao đổi, động viên và khích lệ tác giả trong quá trình học tập, nghiên cứu và làm luận văn.

Thái Nguyên, ngày 05 tháng 4 năm 2018

Tác giả luận văn

Đỗ Hữu Nghị

Chương 1

Điều kiện tối ưu cho bài toán quy hoạch bán vô hạn đơn mục tiêu không trơn

Chương 1 trình bày các kết quả của N. Kanzi ([5], 2011) về điều kiện chính quy và điều kiện cần tối ưu cho bài toán quy hoạch bán vô hạn đơn mục tiêu Lipschitz địa phương với ràng buộc bất đẳng thức. Các điều kiện chính quy Guignard, Kuhn–Tucker–Cottle và tính chất Pshenichnyi–Levin–Valadire (PLV) được trình bày cùng với mối quan hệ giữa các điều kiện chính quy và tính chất (PLV). Điều kiện cần tối ưu Karush–Kuhn–Tucker được chứng minh với với một trong điều kiện chính quy đó.

1.1. Các khái niệm và kết quả bổ trợ

Bài toán quy hoạch bán vô hạn (SIP) là một bài toán tối ưu với tập chấp nhận được, được mô tả bởi vô hạn các ràng buộc bất đẳng thức.

Ta xét bài toán quy hoạch bán vô hạn sau đây:

$$\begin{aligned} &\inf f(x), \\ &g_i(x) \le 0, i \in I, \\ &x \in \mathbb{R}^n, \end{aligned} \tag{SIP}$$

trong đó f, $g_i, i \in I$ là các hàm Lipschitz địa phương từ $\mathbb{R}^n$ vào $\mathbb{R} \cup \{+\infty\}$; tập chỉ số I là tùy ý, không nhất thiết hữu hạn phần tử, khác $\emptyset$.

Cho một tập $M \neq \emptyset$ trong $\mathbb{R}^n$, kí hiệu $\overline{M}, conv(M)$ và $cone(M)$ lần lượt là bao đóng, bao lồi và nón lồi (chứa điểm 0) sinh bởi M. Nón cực và nón cực chặt của M được xác định bởi:

$$M^0 := \{d \in \mathbb{R}^n | \langle x, d \rangle \le 0, \forall x \in M\}$$
$$M^s := \{d \in \mathbb{R}^n | \langle x, d \rangle < 0, \forall x \in M\},$$

trong đó $\langle \cdot, \cdot \rangle$ là tích vô hướng trong $\mathbb{R}^n$. Chú ý rằng M^0 là nón lồi đóng. Dễ dàng chỉ ra rằng, nếu $M^s \neq \emptyset$ thì $\overline{M^s} = M^0$. Định lý song cực phát biểu rằng $M^{00} = \overline{cone}(M)$, trong đó $\overline{cone}(M)$ là kí hiệu nón lồi đóng của M.

Nhắc lại một số khái niệm và định nghĩa của giải tích Lipschitz trong [2].

Định nghĩa 1.1

Giả sử $M \subseteq \mathbb{R}^n$ và $\widehat{x} \in \overline{M}$.

I. Nón tiếp liên của M tại $\widehat{x}$ được xác định bởi

$$T(M, \widehat{x}) := \Big\{ h \in \mathbb{R}^n | \text{tồn tại } \{t_k\} \subset \mathbb{R}_+, t_k \to 0, \{h^k\} \subset \mathbb{R}^n, h^k \to h \\ \text{sao cho: } \widehat{x} + t_k h^k \in M \text{ với mọi } k \in \mathbb{N} \Big\}.$$

II. Nón các phương chấp nhận được của M được xác định bởi

$$A(M, \widehat{x}) := \Big\{ h \in \mathbb{R}^n | \text{ với mọi } \{t_k\} \subset \mathbb{R}_+, t_k \to 0, \text{ tồn tại } \{h^k\} \subset \mathbb{R}^n, \\ h^k \to h, \text{ sao cho: } \widehat{x} + t_k h^k \in M \text{ với mọi } k \in \mathbb{N} \Big\}.$$

Chú ý rằng $T(M, \widehat{x})$ và $A(M, \widehat{x})$ là các nón đóng (nói chung không lồi) trong $\mathbb{R}^n$, và ta luôn có quan hệ

$$A(M, \widehat{x}) \subseteq T(M, \widehat{x}). \tag{1.1}$$

Định nghĩa 1.2

Giả sử $\varphi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ là hàm Lipschitz và $\widehat{x} \in dom(\varphi)$.

I. Đạo hàm suy rộng Clarke của φ tại $\widehat{x}$ theo phương $d \in \mathbb{R}^n$ được xác định bởi

$$\varphi^0(\widehat{x}; d) := \limsup_{y \to \widehat{x}; t \to 0} \frac{\varphi(y + td) - \varphi(y)}{t};$$

II. Dưới vi phân Clarke của φ tại $\widehat{x}$ được xác định bởi

$$\partial_c \varphi(\widehat{x}) := \left\{ \xi \in \mathbb{R}^n | \varphi^0(\widehat{x}; d) \geq \langle \xi, d \rangle, \forall d \in \mathbb{R}^n \right\};$$

III. Ta nói rằng φ là chính quy theo nghĩa Clarke tại $\widehat{x}$ nếu

$$\varphi^0(\widehat{x}; d) = \varphi'(\widehat{x}, d), \forall d \in \mathbb{R}^n,$$

trong đó $\varphi'(\widehat{x}, d)$ là đạo hàm theo phương cổ điển của φ tại $\widehat{x}$ theo phương d.

Chú ý rằng dưới vi phân Clarke của hàm Lipschitz địa phương tại mọi điểm trong của miền hữu hiệu thì luôn khác rỗng, compact và lồi. Dưới vi phân Clarke quy về gradient cổ điển của hàm khả vi liên tục và quy về dưới vi phân theo giải tích lồi cho các hàm lồi (xem [1]).

Các hàm lồi hữu hạn và khả vi liên tục là các ví dụ về các hàm chính quy theo nghĩa Clarke. Một lớp rộng của các hàm chính quy theo nghĩa Clarke là lớp các hàm trơn.

Ta nhắc lại một kết quả trong giải tích lồi [1] mà ta sẽ sử dụng sau này.